

На правах рукописи



Квашнин Александр Юрьевич

**Задачи скольжения для квантовых газов с
переменной частотой столкновений**

Специальность 01.04.02 — Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико–математических наук

Москва — 2011

Работа выполнена на кафедре математического анализа и геометрии
Московского государственного областного университета

Научный руководитель: доктор физико–математических наук,
профессор Латышев Анатолий Васильевич

Официальные оппоненты: доктор физико–математических наук,
профессор Гурченков Анатолий Андреевич
доктор физико–математических наук,
Завитаев Эдуард Валерьевич

Ведущая организация: Московский государственный технический
университет «Станкин»

Защита диссертации состоится «__» _____ 2011 г. в ____ часов
на заседании диссертационного совета Д.212.155.07 в Московском
государственном областном университете по адресу: 105005, Москва,
ул. Радио, д. 10а.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке
Московского государственного областного университета.

Автореферат разослан «__» _____ 2011 г.

Ученый секретарь диссертационного
совета Д 212.155.07
кандидат физ.-мат. наук, доцент



Барabanова Н.Н.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Объект исследования и актуальность темы. Кинетические явления в разреженных газах являются предметом исследования со времен Максвелла и Больцмана. При этом большая часть работ по данной тематике посвящена изучению поведения классических газов. Квантовые газы изучались, главным образом, в рамках рассмотрения кинетики электронов в полупроводниках и металлах, а также кинетики фононов в конденсированных средах.

Работа посвящена аналитическому решению граничных задач для случая изотермического скольжения квантовых ферми- и бозе-газов, заполняющих полупространство над плоской стенкой.

Задача о нахождении решений уравнения для квантовых газов имеет теоретическую значимость и актуальность в связи с возросшим практическим значением микроэлектроники, требующей, в частности, умения решать граничные задачи для электронного газа. Постановка и точное решение граничной задачи для кинетического уравнения представляет практическую важность, поскольку может быть применено к решению реальных физических задач.

Цель диссертационной работы заключается в постановке граничных задач для кинетических уравнений, описывающих квантовые ферми- и бозе-газы для случая, когда частота столкновений молекул пропорциональна модулю скорости молекул, и аналитическом решении задач об изотермическом скольжении с использованием модельного уравнения Больцмана в релаксационном приближении.

Научная новизна работы. Результаты работы относятся к теории аналитических решений граничных задач для кинетических уравнений. В диссертации получены новые результаты, связанные с аналитическим решением кинетических уравнений, описывающих поведение квантовых бозе- и ферми-газов в полупространстве. Как основной результат, в диссертации получены точные решения линеаризованных задач об изотер-

мическом скольжении квантовых бозе– и ферми–газов вдоль плоской твердой поверхности. В качестве граничных условий используется сначала диффузное, а затем и более общее зеркально–диффузное отражение молекул газа от поверхности. Решение позволило в явном виде определить физически важные параметры: коэффициент скольжения, массовую скорость газа и функцию распределения газовых молекул.

Научная и практическая ценность. Результаты работы относятся к теории аналитических решений кинетических уравнений. Отметим, по крайней мере, два направления проведенного исследования, имеющих прикладное значение:

1. Решение кинетических уравнений в слое Кнудсена позволяют корректно поставить граничные условия для уравнений сплошной среды (уравнений Навье — Стокса).

2. Использование полученных результатов в динамике аэрозолей при изучении сил, действующих на аэрозольную частицу.

Личное участие автора заключается в выводе уравнений, решении граничных задач, обработке и анализе полученных данных, участии в постановке задач.

Апробация работы. Результаты работы докладывались и обсуждались на конференциях:

1. Ежегодная научная конференция профессорско–преподавательского состава МГОУ (Москва, 2007 – 2010 гг.);
2. XII научная конференции МГТУ "Станкин" и "Учебно-научного центра математического моделирования МГТУ Станкин – ИММ РАН" по математическому моделированию и информатике. (Москва, 2009 г.)
3. Международная конференция "Актуальные проблемы современной науки" Российской молодёжной академии наук (Самара, 2009 г.);
4. XLVI Всероссийская конференция по проблемам математики, ин-

форматики, физики и химии. Секция физики. (Москва, РУДН 2010 г.)

5. Международная научно–практическая конференция Поморского государственного университета им. М.В. Ломоносова (Коряжма, 2010 г.)

Публикации. По теме диссертации опубликованы 10 работ, из них 5 статей опубликованы в изданиях, входящих в перечень ВАК.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения и библиографии. Объем работы составляет 116 страниц текста, в том числе 15 рисунков. Библиография включает в себя 107 наименований, в том числе и публикации диссертанта по теме исследования. Каждая глава разбита на параграфы, имеющие двойную нумерацию с указанием на соответствующую главу.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении проводится обоснование актуальности темы диссертации, содержится постановка целей исследования, формулируются основные результаты работы, а также дается краткий обзор литературы по теме диссертационного исследования.

В первой главе проводится постановка и вывод кинетического уравнения. В параграфе 1.1 выписывается квантовое уравнение Больцмана для ферми-газа (уравнение Юлинга — Уленбека).

В параграфе 1.2 приводятся виды граничных условий. Для решения различных граничных задач уравнение Больцмана нужно дополнить соответствующими граничными условиями, налагаемыми на функцию распределения на стенках объема, содержащего газ.

В параграфе 1.3 излагается физика скольжения простого газа вдоль плоской поверхности. Рассмотрен случай изотермического скольжения.

В параграфе 1.4 вводится нелинейное уравнение для квантовых ферми–газов в форме релаксационного приближения для случая, когда

частота столкновений молекул газа пропорциональна модулю скорости молекул:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)f = \nu(\mathbf{v})(f_F^* - f). \quad (1)$$

Здесь $f = f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ – функция распределения газовых молекул, $\nu(\mathbf{v})$ – частота столкновений, зависящая от модуля скорости молекул, $\nu(\mathbf{v}) = |\mathbf{v} - \mathbf{u}|/l$, $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ – массовая скорость газа в лабораторной системе отсчета,

$$\mathbf{u} = \frac{1}{n(\mathbf{r}, t)} \int \mathbf{v} f d\Omega, \quad n = \int f d\Omega, \quad d\Omega = \frac{m^3 d^3 v}{(2\pi\hbar)^3},$$

n – числовая плотность (концентрация) молекул газа, $|\mathbf{v} - \mathbf{u}|$ – модуль скорости молекулы в системе отсчета, относительно которой газ в данной точке $\mathbf{r}$ покоится, т. е. имеет массовую скорость, равную нулю, $\mathbf{v}$ – молекулярная скорость газа в лабораторной системе отсчета, l – средняя длина свободного пробега молекул, m – масса молекулы, $l = \tau v_T$, τ – время релаксации, т. е. время между двумя последовательными столкновениями молекул газа, $v_T = 1/\sqrt{\beta}$ – тепловая скорость молекул газа, $\beta = m/2kT$, k – постоянная Больцмана, $f_F^*(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ – аналог локально равновесной функции распределения Ферми – Дирака,

$$f_F^* = \left[1 + \exp \frac{E_* - \mu}{kT} \right]^{-1}, \quad -\infty < \mu < +\infty,$$

μ и T – химический потенциал газа и температура, считающиеся постоянными, $E_* = \frac{m}{2}(\mathbf{v} - \mathbf{u}_*)^2$, $\mathbf{u}_* = \mathbf{u}_*(\mathbf{r}, t)$ – параметр уравнения.

В параграфе 1.5 проводится линеаризация кинетического уравнения (1) по малому параметру $\mathbf{u}_*$. Функция распределения ищется в виде:

$$f = f_F(C) + C_y g(C) h(x_1, \mu), \quad g(C) = \frac{\exp(C^2 - \alpha)}{[1 + \exp(C^2 - \alpha)]^2}, \quad (2)$$

где $\mathbf{C} = \sqrt{\beta}\mathbf{v}$ – безразмерная скорость молекул, $\mu = C_x/C$, $x_1 = x/l$ – безразмерная координата, $\alpha = \mu/kT$ – безразмерный (приведенный) химический потенциал, $f_F(C) = [1 + \exp(C^2 - \alpha)]^{-1}$ – абсолютный фермиан.

Линеаризация с помощью (2) приводит к следующему уравнению:

$$\mu \frac{\partial h}{\partial x_1} + h(x_1, \mu) = \frac{3}{4} \int_{-1}^1 (1 - \mu'^2) h(x_1, \mu') d\mu'. \quad (3)$$

В параграфе 1.6 производится постановка задачи Крамерса с диффузными граничными условиями. Пусть ферми-газ движется вдоль оси y с массовой скоростью $u_y(x)$ в полупространстве $x > 0$. Вдали от стенки задан градиент массовой скорости g_v ,

$$g_v = \left(\frac{du_y(x)}{dx} \right)_{x \rightarrow +\infty}.$$

Задание градиента массовой скорости g_v означает, что вдали от стенки распределение массовой скорости в полупространстве имеет линейный рост $u_y(x) = u_{sl} + g_v x$, $x \rightarrow +\infty$, где u_{sl} — неизвестная скорость скольжения.

Диффузное отражение ферми-частиц от поверхности означает, что последние отражаются от стенки, имея фермиевское распределение, т.е.

$$f(x=0, \mathbf{v}) = f_F(v), \quad v_x > 0. \quad (4)$$

Учитывая, что функцию распределения для ферми-газов мы ищем в виде (2), из условия (4) получаем граничное условие на стенке:

$$h(0, \mu) = 0, \quad \mu > 0. \quad (5)$$

Вторым граничным условием является граничное условие "вдали от стенки". Это условие означает, что вдали от стенки функция $h(x_1, \mu)$ переходит в распределение Чепмена — Энскога $h_{as}(x_1, \mu) = 2U_{sl} + 2G_v(x_1 - \mu)$, U_{sl} и G_v — безразмерная скорость скольжения и градиент. Таким образом, вторым граничным условием является условие:

$$h(x_1 \rightarrow +\infty, \mu) = h_{as}(x_1, \mu), \quad x \rightarrow +\infty. \quad (6)$$

Теперь задача Крамерса при условии диффузного отражения ферми-частиц от стенки сформулирована полностью и состоит в решении уравнения (3) с граничными условиями (5) и (6). При этом требуется определить безразмерную скорость скольжения $U_{sl}(\alpha)$, величина градиента G_v

считается заданной. Кроме того, требуется построить функцию распределения в полупространстве $x_1 > 0$, требуется построить профиль массовой скорости $u_y(x_1)$ и найти значение массовой скорости газов непосредственно у стенки $u_y(0)$. В конце параграфа с помощью закона сохранения импульса показано, что в линейном приближении массовая скорость $\mathbf{u}$ совпадает с параметром $\mathbf{u}_*$, а удвоенная безразмерная массовая скорость совпадает с правой частью уравнения (3):

$$U_{*y}(x_1) = U_y(x_1) = \frac{3}{8} \int_{-1}^1 (1 - \mu^2) h(x_1, \mu) d\mu. \quad (7)$$

Во второй главе получено точное решение задачи Крамерса для квантовых ферми-газов для случая диффузного отражения частиц от поверхности.

В параграфе 2.1 в общем виде получены собственные решения уравнений непрерывного и дискретного спектров, а также рассматриваются основные свойства дисперсионной функции.

В параграфе 2.2 представлена однородная краевая задача Римана, которая лежит в основе решения граничных задач кинетической теории.

В параграфе 2.3 доказывается, что граничная задача имеет единственное решение, представимое в виде разложения по собственным функциям характеристического уравнения. После этого вычисляется коэффициент вязкости η квантового ферми-газа:

$$\eta = \frac{8mn l_1(\alpha)}{15\nu_0 \beta l_0(\alpha)}, \text{ где } l_n(\alpha) = \int_0^\infty C^n \ln(1 + \exp(\alpha - C^2)) dC, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

Данный коэффициент позволяет получить макропараметры задачи, а именно, скорость скольжения газа u_{sl} и массовую скорость газа в размерном виде.

В параграфе 2.4 найдена искомая скорость изотермического скольже-

ния ферми-газа

$$u_{sl}(\alpha) = K_v(\alpha)lg_v, \quad \text{где} \quad K_v(\alpha) = \frac{15l_0(\alpha)V_1}{8\sqrt{\pi}l_1(\alpha)}, \quad V_1 \approx 0.5819, \quad (8)$$

$K_v(\alpha)$ – коэффициент изотермического скольжения, отыскивается значение массовой скорости непосредственно у стенки:

$$u_y(0) = \frac{15l_0(\alpha)}{8\sqrt{5\pi}l_1(\alpha)}lg_v. \quad (9)$$

Далее находятся профиль массовой скорости:

$$u_y(x) = \frac{15l_0(\alpha)}{8\sqrt{\pi}l_1(\alpha)} \left[V_1 + \frac{x}{l} + \frac{1}{\pi} \int_0^1 \exp\left(-\frac{x}{l\eta} - V(\eta)\right) \sin \zeta(\eta) d\eta \right] lg_v, \quad (10)$$

где

$$V(\eta) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \frac{\zeta(\tau) d\tau}{\theta - \eta}, \quad \zeta(\tau) = \arg \lambda^+(\tau) - \pi,$$

$\lambda(z)$ – дисперсионная функция задачи,

$$\lambda(z) = 1 + \frac{3z}{4} \int_0^1 \frac{1 - \tau^2}{\tau - z} d\tau.$$

Распределение функции распределения в полупространстве определяется равенством (2), в котором

$$\begin{aligned} \frac{h(x_1, \mu)}{2G_v} = & V_1 + x_1 - \mu + \mu \cos \zeta(\mu) \exp\left(-\frac{x_1}{\mu} - V(\mu)\right) \theta_+(\mu) + \\ & + \frac{1}{\pi} \int_0^1 \exp\left(-\frac{x_1}{\eta} - V(\eta)\right) \frac{\sin \zeta(\eta) d\eta}{\eta - \mu}. \end{aligned} \quad (11)$$

где $\theta_+(\mu)$ – характеристическая функция интервала $(0, 1)$, т.е.

$$\theta_+(\mu) = \begin{cases} 1, & 0 < \mu < 1, \\ 0, & \mu \notin (0, 1). \end{cases}$$

При $\alpha \rightarrow -\infty$, когда квантовый газ переходит в классический, формулы (8)–(11) переходят в соответствующие формулы для классических газов.

В третьей главе получено аналитическое решение задачи Крамерса для квантовых ферми-газов в случае зеркально-диффузного отражения молекул от стенки. Эта задача состоит в решении уравнения (3) с граничными условиями:

$$h(+0, \mu) = (1 - q)h(+0, -\mu), \quad 0 < \mu < 1,$$

$$h(x, \mu) = h_{as}(x, \mu) + o(1), \quad x \rightarrow \infty,$$

где q – коэффициент диффузности, $0 \leq q \leq 1$.

В основе решения лежит идея включить граничное условие на функцию распределения в виде источника в кинетическое уравнение.

Для того, чтобы включить граничные условия в уравнение, продолжим функцию $h(x, \mu)$ на область $x < 0$ симметричным образом: $h(x, \mu) = h(-x, -\mu)$. Тем самым рассматривается еще одна задача (в области $x < 0$). Полагая далее $h = h_{as} + h_c$, объединим граничные условия обеих задач следующим образом:

$$h_c(\pm 0, \mu) = h_0^\pm(\mu) + (1 - q)h_c(\mp 0, \mu), \quad \pm \mu > 0 \quad (|\mu| < 1),$$

$$h_c(\pm \infty, \mu) = 0, \quad \pm \mu < 0 \quad (|\mu| < 1).$$

Вводится уравнение, содержащее оба граничные условия:

$$\mu \frac{\partial h_c}{\partial x} + h_c(x, \mu) = 2U_c(x) + |\mu|[h_0^\pm(\mu) - qh_c(\mp 0, \mu)]\delta(x), \quad (12)$$

где $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака,

$$2U_c(x) = \frac{3}{4} \int_{-1}^1 (1 - \mu'^2) h_c(x, \mu') d\mu'.$$

В результате решения уравнения (12) находим решение задачи Крамерса. Выпишем выражение для скорости скольжения ферми-газа:

$$u_{sl}(\alpha, q) = K_v(\alpha, q) l g_v. \quad (13)$$

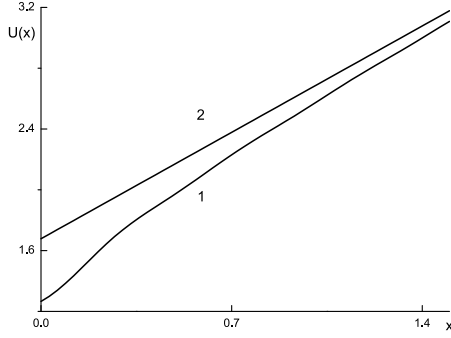


Рис. 1.

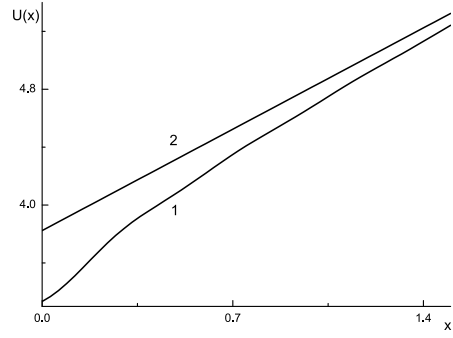


Рис. 2.

В формуле (13) K_v – коэффициент скольжения, вычисляемый в виде ряда:

$$K_v(\alpha, q) = \frac{15l_0(\alpha)(2-q)}{8\sqrt{\pi}l_1(\alpha)q}[V_0 + V_1 + V_2 + \dots],$$

где

$$V_0 \approx 0.5333, \quad V_1 \approx 0.0518, \quad V_2 \approx -0.0031, \dots$$

Значение скорости скольжения в случае диффузного рассеяния таково: $u_{sl}(1) = 1.0911lg_v$. Нетрудно проверить, что в нулевом (максвелловском) приближении $u_{sl}^{(0)}(1) = 1lg_v$, т.е. нулевое приближение дает ошибку 8.34%. В первом приближении получаем $u_{sl}^{(1)}(1) = \frac{15}{8}(V_0 + V_1)lg_v = 1.0969G_v$, это значит, что первое приближение дает ошибку 0.58%. Во втором приближении $u_{sl}^{(2)}(1) = (V_0 + V_1 + V_2)lg_v = 1.0912G_v$, т.е. второе приближение дает ошибку 0.01%.

Далее строятся профили массовой скорости при различных значениях коэффициента диффузности (рис. 1 и 2).

На рис. 1 ($q = 0.5$) и рис. 2 ($q = 0.25$) представлен профиль массовой скорости ферми-газа в полупространстве, кривая 1 отвечает профилю массовой скорости, а кривая 2 – ее асимптотическому распределению.

В четвертой главе получено аналитическое решение задач изотермического скольжения для квантовых бозе-газов для случаев диффузного и зеркально-диффузного отражения молекул.

В параграфе 4.1 кинетическое уравнение для квантовых бозе-газов

$$\frac{\partial f}{\partial t} + (\mathbf{v}\nabla)f = \nu(\mathbf{v})(f_B^* - f). \quad (14)$$

Здесь $f_B^* = [-1 + \exp \frac{E_* - \mu}{kT}]^{-1}$, $\mu < 0$, остальные обозначения те же, что и ранее. Функция распределения ищется в виде

$$f = f_B(C) + C_y g_B(C) h(x_1, \mu), \quad g_B(C) = \frac{\exp(C^2 - \alpha)}{[-1 + \exp(C^2 - \alpha)]^2},$$

где $f_B(C) = [-1 + \exp(C^2 - \alpha)]^{-1}$. Линеаризация уравнения (14) приводит к уравнению (3).

В параграфе 4.2 приведено аналитическое решение задачи Крамерса для квантового бозе-газа с диффузными граничными условиями. Получены скорость изотермического скольжения, массовая скорость, ее значение непосредственно у стенки и функция распределения. Приведем формулу для вычисления скорости скольжения: $u_{sl} = K_v^B(\alpha) l g_v$, где

$$K_v^B(\alpha) = \frac{15V_1 l_0^B(\alpha)}{8\sqrt{\pi} l_1^B(\alpha)}, \quad l_n^B(\alpha) = - \int_0^\infty C^n \ln[1 - \exp(\alpha - C^2)] dC, \quad n = 0, 1.$$

При $\alpha \rightarrow -\infty$, когда квантовый газ переходит в классический, отсюда получаем известный результат для классического газа: $K_v^B(-\infty) = 1.0911$.

Если заменить $l_n(\alpha)$ на $b_n(\alpha)$ в формулах (9) и (10), то получим значение массовой скорости бозе-газа непосредственно у стенки и профиль этой скорости в полупространстве. Функция $h(x_1, \mu)$ и для бозе-газов вычисляется согласно (11). Рассмотрим отношение $y(\alpha) = K_v^B(\alpha)/K_v^B(-\infty)$. Эта функция является монотонно возрастающей, причем $y(0) = 1.588$. Это означает, что коэффициент изотермического скольжения бозе-газа при изменении химического потенциала α от $-\infty$ до 0 возрастает на 58.8%. На рис. 3 проводится сравнение коэффициентов изотермического скольжения; кривые 1 и 2 (3 и 4) отвечают бозе-газам (ферми-газам) с переменной и постоянной частотой столкновений.

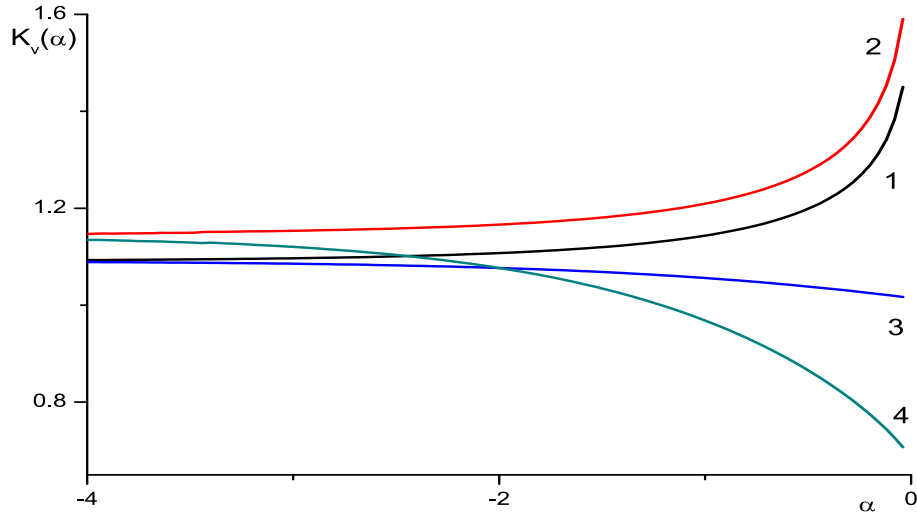


Рис. 3.

В параграфе 4.3 представлено решение задачи Крамерса для квантового бозе-газа с зеркально-диффузным отражением молекул. Решение задачи ищется аналогично задаче для квантовых ферми-газов. Приведем скорость скольжения в размерном виде:

$$u_{sl} = K_v^B(\alpha, q) l \left(\frac{du_y(x)}{dx} \right)_{x \rightarrow +\infty},$$

где

$$K_v^B(\alpha, q) = \frac{15l_0^B(\alpha)(2-q)}{8\sqrt{\pi}l_1^B(\alpha)q} \sum_{n=0}^{\infty} V_n q^n,$$

l – длина свободного пробега молекул, $K_v^B(\alpha, q)$ – коэффициент изотермического скольжения бозе-газа вдоль плоской поверхности. Коэффициенты V_n ($n = 0, 1, 2, \dots$) те же самые, что и в случае ферми-газа. Это обстоятельство приводит к тому, что точность последовательных приближений скорости скольжения для бозе-газов та же самая, что и в случае ферми-газов.

При $q = 1$ коэффициент изотермического скольжения равен:

$K_v^B(\alpha, 1) = \frac{15l_0^B(\alpha)}{8\sqrt{\pi}l_1^B(\alpha)}$. Когда при этом величина химпотенциала $\alpha \rightarrow -\infty$, т.е. когда квантовый газ становится классическим, коэффициент $K_v^B(\alpha, 1)$ переходит в значение коэффициента скольжения классического газа $K_v^B(-\infty, 1) = 1.0911$. Численные расчеты для второго приближения показывают, что это значение коэффициента достигается при $\alpha = -7$: $K_v^B(-7, 1) = 1.091$.

На рис. 4 представлена зависимость коэффициента изотермического скольжения от величины относительного химического потенциала α , кривые 1, 2, 3 отвечают значениям коэффициента аккомодации $q = 1, 0.5, 0.1$. Логарифмический масштаб по по вертикальной оси. Зависимость коэффициента изотермического скольжения от коэффициента диффузности q изображена на рис. 5, кривые 1, 2, 3 отвечают значениям величины относительного химического потенциала $\alpha = -0.001, -0.1, -5$. Логарифмический масштаб по по вертикальной оси.

Анализ графиков на рис. 4 показывает, что с уменьшением величины относительного химического потенциала α величина коэффициента скольжения уменьшается во всем диапазоне изменения коэффициента диффузности q . При $\alpha < -2$ значение коэффициентов скольжения фактически является постоянным, их величина начинает возрастать при $-2 < \alpha < 0$.

Графики на рис. 5 показывают, что с уменьшением коэффициента диффузности q величина коэффициента скольжения растет во всем диапазоне изменения относительного химического потенциала. При этом наибольшее изменение коэффициента скольжения происходит в диапазоне изменения α от -1 до 0 .

На рис. 6 и 7 рассматривается зависимость коэффициента изотермического скольжения от величины коэффициента диффузности q ферми-газов (кривые 1) и бозе-газов (кривые 2). На рис. 6 и 7 рассматриваются случаи $\alpha = -0.0001$ и $\alpha = -1$ соответственно. Если сравнить поведение коэффициентов скольжения ферми- и бозе-газов, то замечаем, что

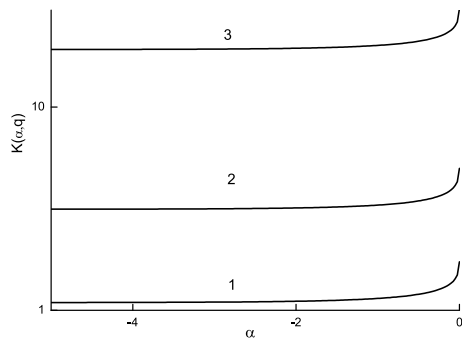


Рис. 4.

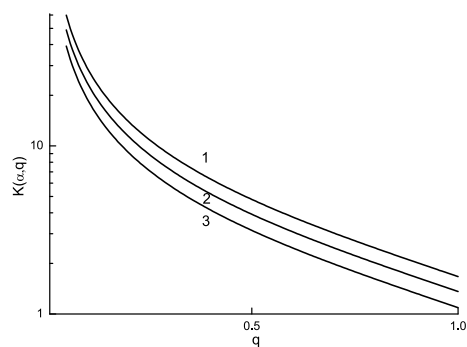


Рис. 5.

эти коэффициенты тем сильнее различаются по величине, чем больше значение относительного химического потенциала. Уже при $\alpha = -1$ эти коэффициенты практически совпадают (рис. 7), а при $\alpha < -5$ различие между коэффициентами скольжения ферми- и бозе-газов несущественно.

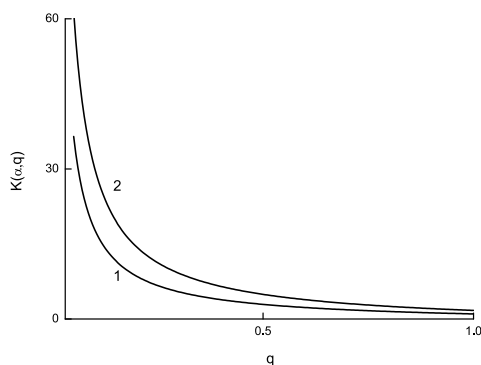


Рис. 6.

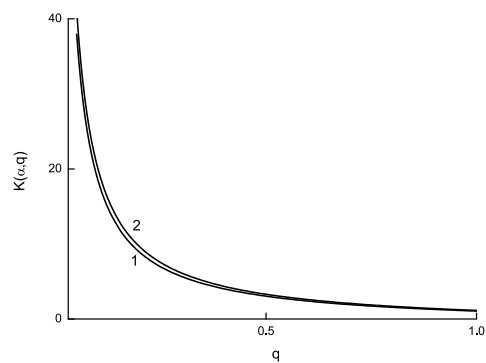


Рис. 7.

В заключение приводятся основные результаты работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Решение задачи об изотермическом скольжении для квантовых ферми-газов с диффузными граничными условиями вдоль плоской поверхности . Нахождение скорости изотермического скольжения.

2. Решение задачи об изотермическом скольжении для квантовых ферми-газов с зеркально-диффузными граничными условиями вдоль плоской поверхности. Нахождение скорости изотермического скольжения.
3. Построение профиля массовой скорости квантового ферми-газа в полупространстве. Нахождение массовой скорости ферми-газа непосредственно у поверхности.
4. Решение задачи об изотермическом для квантовых бозе-газов вдоль с диффузными граничными условиями плоской поверхности. Нахождение скорости изотермического скольжения.
5. Решение задачи об изотермическом скольжении для квантовых бозе-газов с зеркально-диффузными граничными условиями вдоль плоской поверхности. Нахождение скорости изотермического скольжения.
6. Построение профиля массовой скорости квантового бозе-газа в полупространстве. Нахождение массовой скорости непосредственно у поверхности.

Автор искренне благодарен своему научному руководителю проф. А.В. Латышеву и проф. А.А. Юшканову за постоянную поддержку.

Список работ по теме диссертации

1. *Квашинин А.Ю., Латышев А.В., Юшканов А.А.* Задача Крамерса в квантовых ферми – газах с частотой столкновений, пропорциональной модулю скорости молекул. // **Труды института Системного анализа РАН.** Сборник трудов "Динамика линейных и нелинейных систем". 2006. Том 25 (2). С. 69 – 73.
2. *Квашинин А.Ю., Латышев А.В., Юшканов А.А.* Задача Крамерса в квантовых бозе – газах с частотой столкновений, пропорциональной модулю скорости молекул// Сборник трудов "Фундаментальные физико – математические проблемы и моделирование технико-технологических систем". Издательство МГТУ "Станкин". 2008. Вып. 11. С. 74 – 79.

3. *Квашинин А.Ю., Латышев А.В., Юшканов А.А.* Задача Крамерса для ферми – газа с зеркально-диффузным граничным условием. // **Труды института Системного анализа РАН**. Сборник трудов "Динамика неоднородных систем". 2008. Том 32 (3). С. 101– 105.
4. *Квашинин А.Ю., Латышев А.В., Юшканов А.А.* Изотермическое скольжение ферми-газа с зеркально-диффузным отражением от границы // **Известия высших учебных заведений. Физика**. 2009. Т. 52. № 12. С. 3–7.
5. *Квашинин А.Ю.* Изотерическое скольжение квантового бозе-газа с диффузным отражением от границы// **Вестник Московского государственного областного университета**. Серия "Физика-математика". 2009. №3. С. 14–25.
6. *Квашинин А.Ю., Латышев А.В., Юшканов А.А.* Изотерическое скольжение квантового бозе-газа с зеркально-диффузным отражением от границы // **Физика низких температур**. 2010. Т. 36. №. 4. С. 413–417.
7. *Квашинин А.Ю.* Изотермическое скольжение ферми-газов с частотой столкновений, пропорциональной модулю скорости молекул, и с диффузным отражением от поверхности.// Материалы XII научной конференции МГТУ "Станкин" и "Учебно-научного центра математического моделирования МГТУ Станкин – ИММ РАН" по математическому моделированию и информатике, 2009. С. 54–55.
8. *Квашинин А.Ю.* Изотермическое скольжение бозе-газа с зеркально-диффузным отражением от границы. // Актуальные проблемы современной науки. Естественные науки. Части 4–6. Физика, астрономия, науки о земле. Труды 10-й Международной конференции Самара, 2009.
9. *Квашинин А.Ю.* Задача Крамерса для квантового бозе-газа с зеркально-диффузным отражением от границы. // XLVI Всероссийская конференция по проблемам математики, информатики, физики и химии: Тезисы докладов. Секция физики. – М.: РУДН, 2010. – С. 31.
10. *Квашинин А.Ю., Латышев А.В., Юшканов А.А.* Задача Крамерса для бозе-газа с зеркально-диффузным отражением от границы// Материалы международной научно-практической конференции Поморский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Коряжма, 21–22 октября 2010 г. С. 431–437.